

Total number of printed pages – 8

UR25-D25 (MAT1103ID)

2025

MATHEMATICS

(IDC)

Paper : MAT1103ID

(Algebra and Trigonometry)

Full Marks : 50

Time : Two hours

***The figures in the margin indicate
full marks for the questions.***

1. Answer the following questions : $1 \times 5 = 5$

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) If $z = \bar{z}$ then what is $Im(z)$, where z is a complex number ?

যদি $z = \bar{z}$ তেন্তে $Im(z)$ ৰ মান কিমান, য'ত z এটা জটিল সংখ্যা।

- (b) Find the seventh term of the following sequence :

তলৰ অনুক্ৰমটোৰ সপ্তম পদটো উলিওৱা :

$$1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \dots$$

- (c) Write down the relation among AM, GM and HM.

AM, GM আৰু HM ৰ মাজৰ সম্পৰ্কটো লিখা।

- (d) Find the value of x for which

$$A = \begin{bmatrix} 1 & x \\ 4 & -4 \end{bmatrix} \text{ is singular.}$$

মৌলকক্ষ $A = \begin{bmatrix} 1 & x \\ 4 & -4 \end{bmatrix}$ ক্ষীয়মান হোৱা x -ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

- (e) Is the relation $R = \{(1, a), (1, b), (2, a)\}$

from A to B a function, where

$$A = \{1, 2, 3\}, B = \{a, b\} ?$$

সংহতি $A = \{1, 2, 3\}$ আৰু $B = \{a, b\}$ ৰ বাবে

$R = \{(1, a), (1, b), (2, a)\}$ সম্বন্ধটো A ৰ পৰা B লৈ

ফলন হয়নে?

2. Answer the following questions : $2 \times 5 = 10$

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

- (a) How many committees of three can be formed from eight people ?

আঠজন মানুহৰ মাজৰ পৰা তিনিজনীয়া কমিটি কেইখন গঠন কৰিব পাৰি?

- (b) Express $2 + 2\sqrt{3}i$ in polar form.

$2 + 2\sqrt{3}i$ ক polar ৰূপত প্ৰকাশ কৰা।

- (c) Express $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 2 & -9 \end{bmatrix}$ as a sum of a symmetric matrix and a skew-symmetric matrix.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 2 & -9 \end{bmatrix} \text{ মৌলকক্ষটোক এটা প্ৰতিসম মৌলকক্ষ}$$

আৰু এটা তিৰ্যক প্ৰতিসম মৌলকক্ষৰ যোগফল হিচাপে প্ৰকাশ কৰা।

- (d) Prove that $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ for all $x \in \mathbb{R}$.

প্ৰমাণ কৰা যে $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ সকলো $x \in \mathbb{R}$.

- (e) Consider $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Let R be the relation on A such that $R = \{(x, y) \mid x + y = 9\}$. Is R reflexive and symmetric?

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ সংহতিত

$R = \{(x, y) \mid x + y = 9\}$ এটা সংজ্ঞাবদ্ধ সম্বন্ধ। R প্রতিফলনীয় আৰু প্রতিসম হয়নে?

3. Answer **any three** of the following:

$$5 \times 3 = 15$$

তলৰ যিকোনো তিনিটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া :

- (a) Find the rank of the following matrix by reducing it to echelon form

Echelon আকাৰত প্ৰকাশ কৰি তলৰ মৌলকক্ষটোৰ কোটি নিৰ্ণয় কৰা :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 & -1 \\ 1 & 4 & 5 & 1 \\ 1 & 5 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

- (b) Find the three values of $(1 - i)^{1/3}$.

$(1 - i)^{1/3}$ -ৰ মান তিনিটা উলিওৱা।

- (c) Expand $\left(\frac{2x}{3} - \frac{3}{2x}\right)^4$ using the Binomial Theorem. Find the co-efficient of x^{32} in the expansion of $\left(x^4 - \frac{1}{x^8}\right)^{15}$.

দ্বিপদ উপপাদ্য ব্যৱহাৰ কৰি $\left(\frac{2x}{3} - \frac{3}{2x}\right)^4$ ৰ বিস্তাৰ

লিখা। $\left(x^4 - \frac{1}{x^8}\right)^{15}$ ৰ বিস্তাৰত x^{32} ৰ গুণাংক উলিওৱা।

- (d) Show that —

$$\sin^{-1}\left(\frac{12}{13}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{63}{16}\right) = \pi$$

দেখুওৱা যে

$$\sin^{-1}\left(\frac{12}{13}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{63}{16}\right) = \pi$$

- (e) Find the number of “three-letter words” using only given six letters without repetition. Also find how many seven letter words can be formed using the letters of the word “BENZENE”?

দিয়া হোৱা 6 টা আখৰ ব্যৱহাৰ কৰি পুনৰাবৃত্তি নকৰাকৈ
তিনিটা আখৰৰ শব্দৰ সংখ্যা নিৰূপণ কৰা। তাৰোপৰি
“BENZENE” শব্দটোৰ আখৰকেইটা ব্যৱহাৰ কৰি
সাতটা আখৰৰ কিমানটা শব্দ গঠন কৰিব পাৰি?

4. Answer **any two** of the following questions:
10×2=20

তলৰ যিকোনো দুটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া :

- (a) (i) Prove that (প্ৰমাণ কৰা যে) — 5

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix} = -(a^3 + b^3 + c^3 - 3abc)$$

- (ii) Solve the equation

$$x^3 - 15x^2 + 66x - 80 = 0 \text{ given}$$

that the roots are in arithmetic progression. 5

মূলবোৰ সমান্তৰ প্ৰগতিত থাকিলে

$$x^3 - 15x^2 + 66x - 80 = 0 \text{ সমীকৰণটো}$$

সমাধান কৰা।

- (b) (i) Find the sum of the sequence
7, 77, 777, ... upto n terms. 5

তলৰ ক্ৰমৰ n -তম পদলৈ যোগফল নিৰ্ণয় কৰা :

$$7, 77, 777, \dots$$

- (ii) Test the convergence of the
following series : 5

$$\frac{x}{1.2} + \frac{x^2}{3.4} + \frac{x^3}{5.6} + \dots (\infty)$$

তলৰ শ্ৰেণীটোৰ অভিসাৰিতাৰ পৰীক্ষা কৰা :

$$\frac{x}{1.2} + \frac{x^2}{3.4} + \frac{x^3}{5.6} + \dots (\infty)$$

- (c) (i) If $A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$, find A^{-1} . 5

$$\text{যদি } A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix},$$

A^{-1} নিৰ্ণয় কৰা।

- (ii) If $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y + \tan^{-1} z = \pi/2$,
prove that $xy + yz + zx = 1$. 5

যদি $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y + \tan^{-1} z = \pi/2$,
দেখুওৱা যে $xy + yz + zx = 1$ ।

- (d) (i) When is a function called one-one and onto? $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, such that

$$f(n) = \begin{cases} n, & \text{if } n \text{ is odd} \\ 2n, & \text{if } n \text{ is even} \end{cases}$$

where $\mathbb{N}$ is the set of natural numbers. Check whether f is one-one and onto. 5

এটা ফলনক কেতিয়া একৈকী আৰু আচ্ছাদক বোলা হয়? ফলন $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ যাতে

$$f(n) = \begin{cases} n, & \text{যদি } n \text{ অযুগ্ম} \\ 2n, & \text{যদি } n \text{ যুগ্ম} \end{cases}$$

$\mathbb{N}$ স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ সংহতি। ফলন f একৈকী আৰু আচ্ছাদক হয়নে পৰীক্ষা কৰা।

- (ii) Find the value of $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right)$. 5

$\tan\left(\frac{\pi}{8}\right)$ ৰ মান উলিওৱা।