

Total number of printed pages – 7

23R-25 (PHY3104M)

2025

PHYSICS

(MINOR)

Paper : PHY3104M

(*Mathematical Physics*)

Full Marks : 45

Time : Two hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

1. Give very short answers to the following questions : 1×4=4

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ অতি চুটি উত্তৰ দিয়ক :

- (a) What does the scalar triple product $(\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}))$ represents geometrically?

স্কেলাৰ ত্ৰি-পূৰণে $(\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}))$ জ্যামিতিকভাৱে কি নিৰ্দেশ কৰে?

- (b) State Gauss' divergence theorem.

গাউছৰ অপসৰণ উপপাদ্যটো লিখা।

- (c) What is the order of the following differential equation

$$\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{1/2} = 0$$

তলত দিয়া অবকলজ সমীকৰণটোৰ ক্ৰম কিমান?

$$\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{1/2} = 0$$

- (d) Write the physical significance of curl of a vector field.

এটা ভেক্টৰক্ষেত্ৰৰ ঘূৰ্ণনৰ ভৌতিক অৰ্থ লিখা?

2. Answer the following questions : $2 \times 3 = 6$

- (a) Define the gradient of a scalar field and explain its geometrical interpretation.

স্কেলাৰ ক্ষেত্ৰ এখনৰ গ্ৰেডিয়েণ্টৰ সংজ্ঞা দিয়া আৰু তাৰ জ্যামিতিক ব্যাখ্যা আগবঢ়োৱা।

- (b) If $\vec{V} = (3x^2 + 6y)\hat{i} - 14yz\hat{j} + 20xz^2\hat{k}$,
evaluate $\int \vec{v} \cdot d\vec{r}$ along a straight
line from (0,0,0) to (1,0,0).

যদি $\vec{V} = (3x^2 + 6y)\hat{i} - 14yz\hat{j} + 20xz^2\hat{k}$,
তেন্তে (0,0,0) ৰ পৰা (1,0,0) লৈ সৰল ৰেখাৰ বাবে
 $\int \vec{v} \cdot d\vec{r}$ নিৰ্ণয় কৰা।

- (c) Find the first order partial derivative of
 $u = e^x \sin y$ with respect to x .

x ৰ সাপেক্ষে $u = e^x \sin y$ ৰ প্ৰথম ক্ৰমিক আংশিক
অৱকলজ নিৰ্ণয় কৰা।

3. Answer the following questions :

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

- (a) Find the directional derivative of a
scalar function $\phi = x^2yz + 4xz^2$ at
(1,2,1) in the direction of $2\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}$.
Show that the vector field
 $F = (x^2 - y^2 + x)\hat{i} - (2xy + y)\hat{j}$ is
irrotational. $2+3=5$

$2\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}$ ৰ দিশত (1,2,1) বিন্দুৰ পৰা এটা স্কেলাৰ
ফলন $\phi = x^2yz + 4xz^2$ ৰ দিশগত অৱকলজ নিৰ্ণয়
কৰা। দেখুওৱা যে, এটা ভেক্টৰ ক্ষেত্ৰ

$F = (x^2 - y^2 + x)\hat{i} - (2xy + y)\hat{j}$ অঘূৰণীয় হয়।

- (b) Solve for following differential equation using variable separation method :

তলত দিয়া অবকলজ সমীকবণটো পৃথকীকৰণযোগ্য চলকৰ প্ৰক্ৰিয়াৰে সমাধান কৰা :

$$(1+x)y - (1+y)x \frac{dy}{dx} = 0 \quad 5$$

Or / অথবা

Solve the following homogeneous differential equation :

তলত দিয়া সমমাত্ৰিক অবকলজ সমীকবণটো সমাধান কৰা :

$$x^2 \frac{dy}{dx} + xy = x^2 + y^2 \quad 5$$

- (c) A scalar field is given in spherical coordinates as $f(r, \theta, \phi) = r^2 \sin \theta \cos \phi$.

Find the gradient of $f(\vec{\nabla} f)$ in spherical coordinates. 5

গোলাকাৰ স্থানাংক পদ্ধতিত স্কেলাৰ ক্ষেত্ৰ এখন

$f(r, \theta, \phi) = r^2 \sin \theta \cos \phi$ হিচাপে দিয়া হৈছে।

গোলাকাৰ স্থানাংক পদ্ধতিত $f(\vec{\nabla} f)$ নিৰ্ণয় কৰা।

Or / অথবা

A scalar field is given in cylindrical coordinates as $g(\rho, \phi, z) = \rho^2 z \cos \phi$.

Find the gradient of $g(\vec{\nabla} g)$ in cylindrical coordinates. 5

নলাকাৰ স্থানাংক পদ্ধতিত স্কেলাৰ ক্ষেত্ৰ এখন

$g(\rho, \phi, z) = \rho^2 z \cos \phi$ হিচাপে দিয়া হৈছে। নলাকাৰ

স্থানাংক পদ্ধতিত $g(\vec{\nabla} g)$ নিৰ্ণয় কৰা।

4. Answer **any one** of the following question :

তলৰ দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ যিকোনো এটা উত্তৰ কৰা :

- (a) Check the following differential equation is exact or not. Using proper integrating factor, solve the following differential equation.

$$(x^2 + y^2)dx - 2xy dy = 0 \quad 3+7=10$$

তলত দিয়া অবকলজ সমীকবণটো exact হয় নে নহয় পৰীক্ষা কৰা। যথাযথ সঠিক অনুকলন গুণক ব্যবহাৰ কৰি তলত দিয়া অবকলজ সমীকবণটো সমাধান কৰা।

$$(x^2 + y^2)dx - 2xy dy = 0$$

(b) If $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$, then
find (যদি) $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$,
হয়, তেন্তে নিৰ্ণয় কৰা -

(i) $\text{grad} \left(\frac{1}{r} \right)$

(ii) $\text{div} \frac{\vec{r}}{r^3}$ 5+5=10

5. Answer **any one** of the following question :
তলৰ যিকোনো এটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ কৰা :

(a) Prove that $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$ represents the volume of the parallelepiped formed by $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. State the condition for three vectors to be coplanar using the scalar triple product. Find $\vec{\nabla} r^n$ where $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. 3+2+5=10

প্ৰমাণ কৰা যে $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$ -এ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ -ৰ দ্বাৰা সৃষ্টি হোৱা
আয়তীয় ঘনক এটাৰ আয়তনক নিৰ্দেশ কৰে। স্কেলাৰ
ত্ৰিপুৰা ব্যবহাৰ কৰি তিনিটা ভেক্টৰ সমতলীয় হোৱাৰ
চৰ্তটো লিখা। $\vec{\nabla} r^n$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা য'ত

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \text{।}$$

(b) Write the transformation matrix between cartesian and spherical coordinate. Using Green's theorem, evaluate $\int_C (x^2 + xy)dx + (x^2 + y^2)dy$ where C is a square formed by lines $x = \pm 1, y = \pm 1$. 5+5=10

কাৰ্টেজীয় স্থানাংক আৰু গোলকীয় স্থানাংকৰ মাজত
কপান্তৰ মৌলিকসম্বন্ধটো লিখা। গ্ৰীণৰ উপপাদ্যটো ব্যৱহাৰ
কৰি $\int_C (x^2 + xy)dx + (x^2 + y^2)dy$ ৰ মান নিৰ্ণয়
কৰা য'ত C হৈছে $x = \pm 1, y = \pm 1$ ৰেখাৰে সৃষ্টি
হোৱা বৰ্গ।