

Total number of printed pages – 7

23R-25 (MAT3104M)

2025

MATHEMATICS

(MINOR)

Paper : MAT3104M

(Differential Equation)

Full Marks : 60

Time : 2½ hours

***The figures in the margin indicate
full marks for the questions.***

1. Answer the following questions : $1 \times 7 = 7$

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

- (a) Give an example of second order linear differential equation.

২য় ঘাটৰ একঘাটীয় অবকল সমীকৰণ এটাৰ উদাহৰণ দিয়া।

- (b) Write down the I.F. of the equation

$$x \frac{dy}{dx} + 2y = 4x^2$$

তলত দিয়া সমীকৰণটোৰ I.F. নিৰ্ণয় কৰা

$$x \frac{dy}{dx} + 2y = 4x^2$$

(c) Choose the correct answer.

শুদ্ধ উত্তৰ বাছি উলিওৱা।

The complete integral of the equation

$$y = px + \frac{a}{p} \text{ is}$$

(i) $y = cx + \frac{a}{c}$

(ii) $y = \frac{x^2}{c} + ac$

(iii) $y = cx - \frac{a}{c}$

(iv) None of the above

(d) Write down the general relatives of the equation.

তলৰ সমীকৰণটোৰ সমাধান লিখা

$$(D^2 + w^2)y = 0.$$

(e) Find the P.I. of the equation.

তলৰ সমীকৰণটোৰ P.I. লিখা।

$$(D^2 - 1)y = 2e^x$$

(f) State the Cauchy-Euler differential equation of order two.

২য় ঘাটৰ কচি-অইলাৰৰ অবকল সমীকৰণটো লিখা।

(g) Define trajectory of a family of curves.

এটা বক্ৰ প্ৰণালীৰ 'trajectory' ৰ সংজ্ঞা দিয়া।

2. Answer the following questions : $2 \times 4 = 8$

তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ লিখা :

(a) Solve (সমাধান কৰা) :

$$x(1 + y^2) dx - y(1 + x^2) dy = 0$$

(b) Define exact differential equation.

সঠিক অবকল সমীকৰণ সংজ্ঞায়িত কৰা।

(c) Find the C.F. of the equation.

তলৰ সমীকৰণটোৰ C.F. নিৰ্ণয় কৰা

$$(D^2 + 4D + 5)y = e^x \sin x.$$

(d) Find the UC set of the function x^4 .

x^4 ৰ UC সংহতিটো লিখা।

3. Solve **any three**: (যিকোনো তিনিটাৰ সমাধান নিৰ্ণয় কৰা)
5×3=15

(a) $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \frac{y^2}{x} \log x$

(b) $\frac{dy}{dx} = \frac{2x^2 + y^2}{2xy - x^2}$

Or/ অথবা

(c) $y = 2px - xp^2$

(d) $(D + 2)^2 y = x^2 e^{3x}$ where $D \equiv \frac{d}{dx}$

Or/ অথবা

(e) $(D^2 - 4D + 3)y = e^x \cos 2x$

4. Answer **either (a) or (b)** : 5×2=10

(a) বা (b) অংশৰ উত্তৰ কৰা :

(a) (i) Solve (সমাধান কৰা)

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + 2 \frac{dy}{dx} + 5y = 6 \sin 2x + 7 \cos 2x$$

where (য'ত) $y(0) = 1$ $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} = 0$.

- (ii) Find the orthogonal trajectories of the circle $x^2 + y^2 = 2ax$.

$x^2 + y^2 = 2ax$ বৃত্তটোৰ orthogonal trajectories নিৰ্ণয় কৰা।

- (b) (i) Using UC method find the solution of the equation.

UC পদ্ধতিৰ সহায়ত তলৰ অবকল সমীকৰণটো সমাধান কৰা।

$$(D^2 - 2D - 3)y = e^{2x}$$

- (ii) Solve : (সমাধান কৰা :)

$$(x^2 D^2 + xD - 4)y = 0$$

5. Answer **either (a) or (b)** : 5×2=10

(a) বা (b) অংশৰ উত্তৰ কৰা :

- (a) (i) Find the orthogonal trajectories of the curve.

তলত দিয়া বক্ৰৰেখাৰ orthogonal trajectories নিৰ্ণয় কৰা

$$r = a(1 - \cos \theta)$$

- (ii) A particle is projected with a velocity u at an angle α to the horizontal. Find the path.

এটা বস্তুকল u বেগত ' α ' কোণত নিক্ষেপ কৰিলে বস্তু কণাটোৰ পথ নিৰ্ণয় কৰা।

- (b) (i) Let $n > 1$ show that the transformation $v = y^{1-n}$ reduces the Bernoulli equation

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)y^n$$

reduces to a linear equation in v .

ধৰা হ'ল $n > 1$. দেখুওৱা যে $v = y^{1-n}$

ৰূপান্তৰণে বাৰ্নুলি সমীকৰণ

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)y^n$$

কতৰ এটা বৈখিক সমীকৰণলৈ ৰূপান্তৰিত কৰে।

- (ii) Solve the following initial value problem :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} - 3y = 2e^x - 10 \sin x,$$

$$y(0) = 2, \quad y'(0) = 4$$

তলৰ আদিমানযুক্ত সমস্যাটোৰ সমাধান কৰা :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} - 3y = 2e^x - 10 \sin x,$$

$$y(0) = 2, \quad y'(0) = 4$$

6. Answer **either** (a) **or** (b) :

10

(a) বা (b) অংশৰ উত্তৰ কৰা :

(a) Solve by UC method

(UC পদ্ধতিৰ সহায়ত সমাধান কৰা)

(i) $y'' - 3y' = 6x$

(ii) $y'' - 2y' - 2y = xe^x$

- (b) Find the complete integral and singular solution of the equation.

তলৰ সমীকৰণটোৰ সম্পূৰ্ণ অনুকল্প আৰু একক সমাধান নিৰ্ণয় কৰা :

$$(px - y)(x - py) = 2p$$

where (য'ত) $p = \frac{dy}{dx}$